UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

CONTROL N°1
ÁLGEBRA I

Nombre:____

1.- Determine todas las raíces del polinomio P(x): $6x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 13x - 3$
Si $\left(x - \frac{3}{2}\right)$ es factor de P(x)

2.- Para qué valores de K el polinomio: $x^2 + kx + 4$ da el mismo resto cuando lo
Dividimos por (x+1) o por (x-1)

3.- Demostrar por Inducción: $3^n \geq 2n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4.-- Calcule aplicando propiedades de sumatorias

$$\sum_{i=1}^{100} [\ (j+1)(j-1)(i+1)i\ ]$$

Obs: Resuelva 3 de los 4 problemas
Cada pregunta vale 2 Puntos

PAUTA

1. Al dividir P(x): $6x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 13x - 3$ por el factor $\left(x - \frac{3}{2}\right)$ se obtiene como resultado $6x^3 + 4x^2 + 10x + 2$ y resto 0, por lo tanto:

   P(x): $6x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 13x - 3 = \left(x - \frac{3}{2}\right)(6x^3 + 4x^2 + 10x + 2)$

2. Al dividir $x^2 + kx + 4$ por el factor (X+1) se obtiene como resultado $x+k-1$ y resto $(5-k)$

   Al dividir $x^2 + kx + 4$ por el factor (X-1) se obtiene como resultado $x+k+1$ y resto $(5+k)$

   Igualando ambos restos se obtiene que :

   $$5-k = 5+k$$

   por lo tanto: K = 0

3. $F(n): 3^n \geq 2n + 1 \quad , \forall n \in N$

   i) Verificar que F (1) es verdadero:

   $$3^1 = 3$$

   $$2 \cdot 1 + 1 = 3$$

   Entones F(1) es verdadera

   ii) Hipótesis de Inducción: F (k) es verdadero ,es decir:

   $$F(k): 3^k \geq 2k + 1 \quad , \forall k \in N$$

   iii) Tesis de Inducción: F (k+ 1) es verdadero ,es decir:

   $$F(k+1): 3^{k+1} \geq 2(k+1) + 1 \quad , \forall (k+1) \in N$$

   iv) Demostración:

   Sabemos por hipótesis que $3^k \geq 2k + 1 \quad , \forall k \in N$

Multiplicando por 3 a ambos lados de la desigualdad se obtiene:

$$3^{k+1} \geq (2k+1)\cdot 3 = 6k+3 \;\rangle\; 2k+3 \;,\; \forall\, k \in \mathbb{N}$$

$$3^{k+1} \geq 2k+3$$

Así: $F(k+1): 3^{k+1} \geq 2k+3$, es verdadera , $\forall\,(k+1) \in \mathbb{N}$

Luego: $F(n): 3^{n} \geq 2n+1$, es verdadera , $\forall\, n \in \mathbb{N}$

4. Utilizando las propiedades de las sumatorias, se obtiene

$$\sum_{i=1}^{100} \left[(j+1)(j-1)(i+1)i \right]$$

$$= \left(j^2 - 1\right) \sum_{i=1}^{100} (i^2 + i)$$

$$= \left(j^2 - 1\right) \left[\sum_{i=1}^{100} i^2 + \sum_{i=1}^{100} i \right]$$

$$= \left(j^2 - 1\right) \left[\frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6} + \frac{100 \cdot 101}{2} \right]$$

$$= \left(j^2 - 1\right) 343400$$