

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

DEPTO DE MATEMATICA

ALGEBRA

CONTROL N°1 PARA PEP 1.

PREGUNTA N° 1:

- a) Usando sólo propiedades, sin usar tablas de verdad, indique si la siguiente proposición es tautología, contradicción o contingencia:

$$\left[p \Rightarrow (q \wedge \bar{p}) \right] \vee (\bar{q} \vee p)$$

- b) Si la proposición $\bar{p} \Rightarrow \neg(\bar{p} \wedge q)$ es falsa, determine el valor de verdad de :

$$\left[(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge q) \right] \Rightarrow \left[(q \vee p) \Rightarrow p \right]$$

PREGUNTA N° 2.

- a) Determine los valores de a y b , para que los polinomios P y Q , sean iguales:

$$P(x) = 3x^3 - \left(\frac{1}{2}a + b\right)x^2 + 2x - 2$$

$$Q(x) = (-a + \frac{1}{2}b)x^3 - 4x^2 + 2x - 2$$

- b) Determine el valor de k , sabiendo que $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - x - k$, es divisible por $q(x) = 5x + 2$.

PREGUNTA N° 3.

- a) Calcular el valor de n , para que se cumpla:

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \right) = \frac{100}{101}$$

- b) Si $\sum_{k=1}^n P_k = \frac{5(n+4)}{2}$, calcular $\sum_{k=10}^{20} P_k$

NOTA: SOLO DEBE CONTESTAR 2 DE LAS 3 PREGUNTAS.

PAUTA DE CORRECCION CONTROL N°1 PARA PEP 1

PREGUNTA N° 1:

- a) Usando sólo propiedades, sin usar tablas de verdad, indique si la siguiente proposición es tautología, contradicción o contingencia:
- b) Si la proposición $\bar{p} \Rightarrow \neg(\bar{p} \wedge q)$ es falsa, determine el valor de verdad de : $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge q)] \Rightarrow [(q \vee p) \Rightarrow p]$

Solución:

$$\bar{p} \Rightarrow \neg(\bar{p} \wedge q) \equiv V$$

$$\bar{p} \Rightarrow (p \vee \bar{q}) \equiv V$$

$$p \vee (p \vee \bar{q}) \equiv V \quad \text{Entonces, se tiene: } p = F; \quad q = V$$

$$p \vee \bar{q} \equiv F$$

$$F \vee F \equiv F$$

Luego:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge q)] \Rightarrow [(q \vee p) \Rightarrow p]$$

PREGUNTA N° 2.

- a) Determine los valores de a y b , para que los polinomios P y Q , sean iguales:

$$P(x) = 3x^3 - (\frac{1}{2}a + b)x^2 + 2x - 2$$

$$Q(x) = (-a + \frac{1}{2}b)x^3 - 4x^2 + 2x - 2$$

Solución.- Se tiene:

$$\begin{cases} -a + \frac{1}{2}b = 3 \\ -\left(\frac{1}{2}a + b\right) = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 6 \\ a + 2b = 4 \end{cases}$$

Luego: $a = -4/5$ y $b = 22/5$

b) Determine el valor de k , sabiendo que $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - x - k$, es divisible por $q(x) = 5x + 2$.

Solución: Si es divisible, entonces el resto es cero.

$$R(x) = 0; \quad P(-2/5) = 2 \cdot (-2/5)^3 - 4(-2/5)^2 - (-2/5) - k$$

Luego, se tiene: **$k = -46/125$.**

PREGUNTA N°3.

a) Calcular el valor de n , para que se cumpla:

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \right) = \frac{100}{101}$$

Solución: Aplicando propiedad telescópica:

b) Si $\sum_{k=1}^n P_k = \frac{5(n+4)}{2}$, calcular $\sum_{k=10}^{20} P_k$

$$\begin{aligned} \sum_{k=10}^{20} P_k &= \sum_{k=1}^{20} P_k - \sum_{k=1}^9 P_k \\ &= \frac{5(20+4)}{2} - \frac{5(9+4)}{2} \\ &= \frac{120}{2} - \frac{65}{2} = \frac{55}{2} \end{aligned}$$

